

第三章 光的干涉

第四节 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

4. 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

4.1 迈克尔孙干涉仪的结构

4.2 干涉条纹

4.3 光源非单色性对干涉条纹的影响

4.4 光场的时间相干性

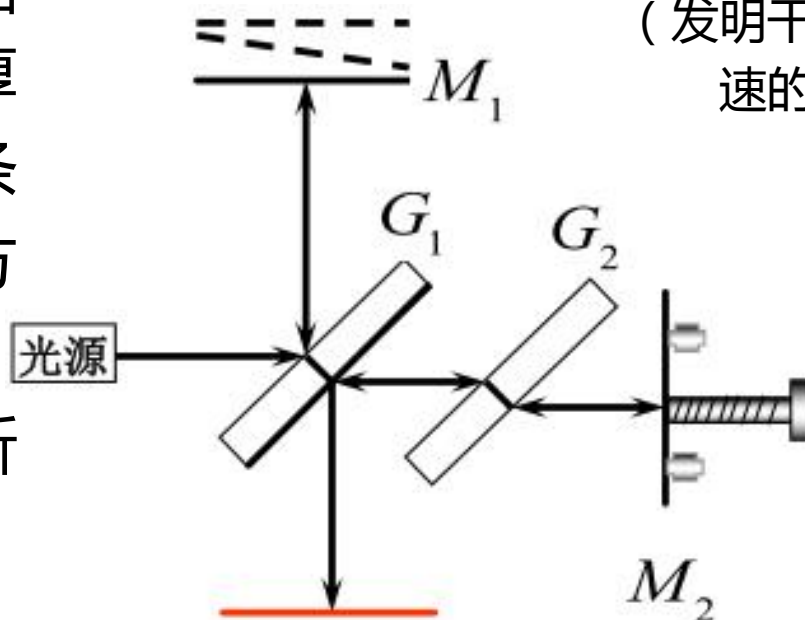
4.5 光场相干性小结

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

4.1 迈克尔孙干涉仪的结构

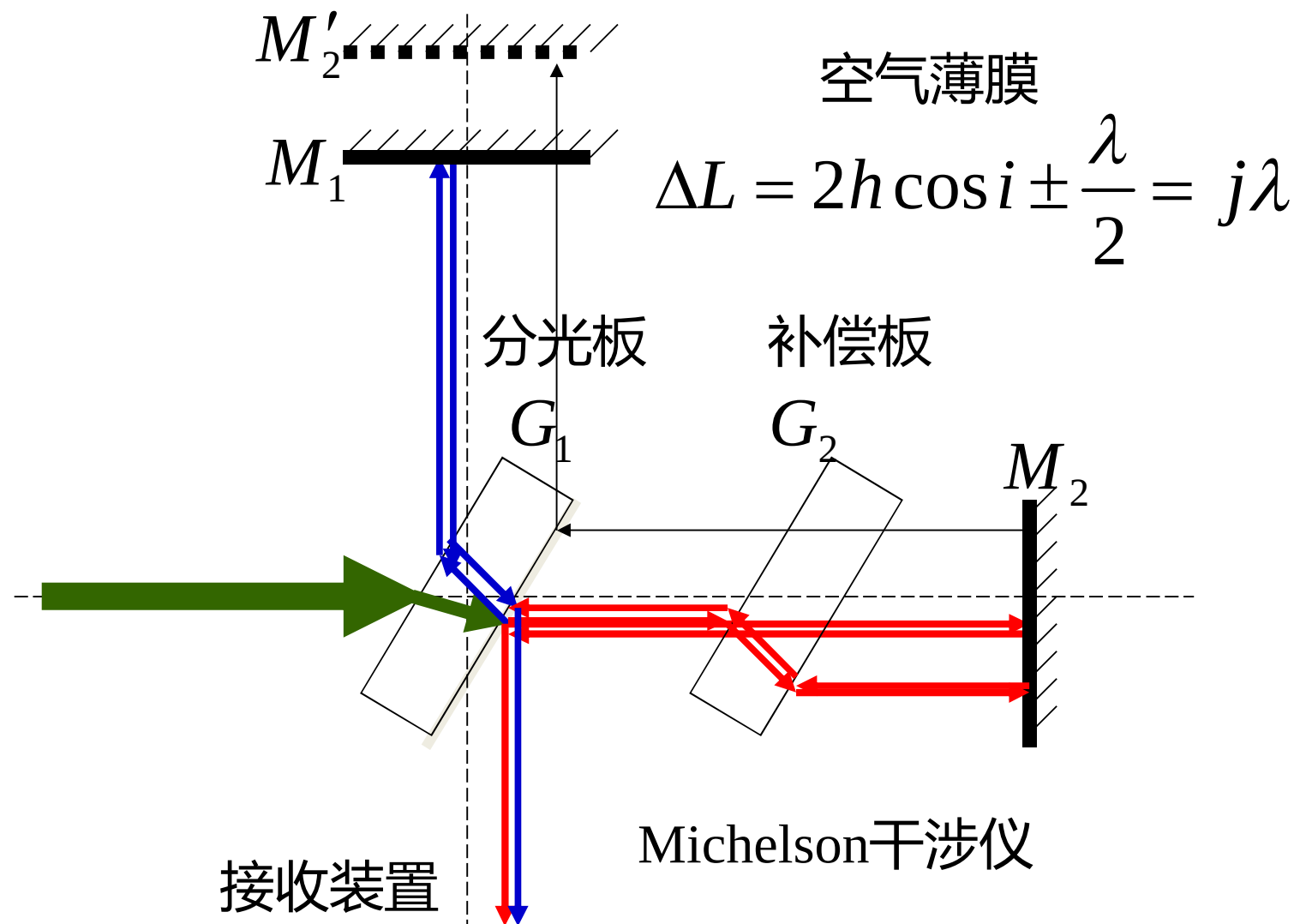
迈克尔孙 (A.A. Michelson, 1881) 干涉仪

一种分振幅干涉装置，其中光源、两个反射镜和接收器四者完全分开，各据一方，便于在光路中安插其它器件。可以实现等厚干涉、等倾干涉及观察条纹的变动情况，同时可方便地进行各种精密测量。迈克尔孙干涉仪几乎是所有现代干涉仪器的原型。



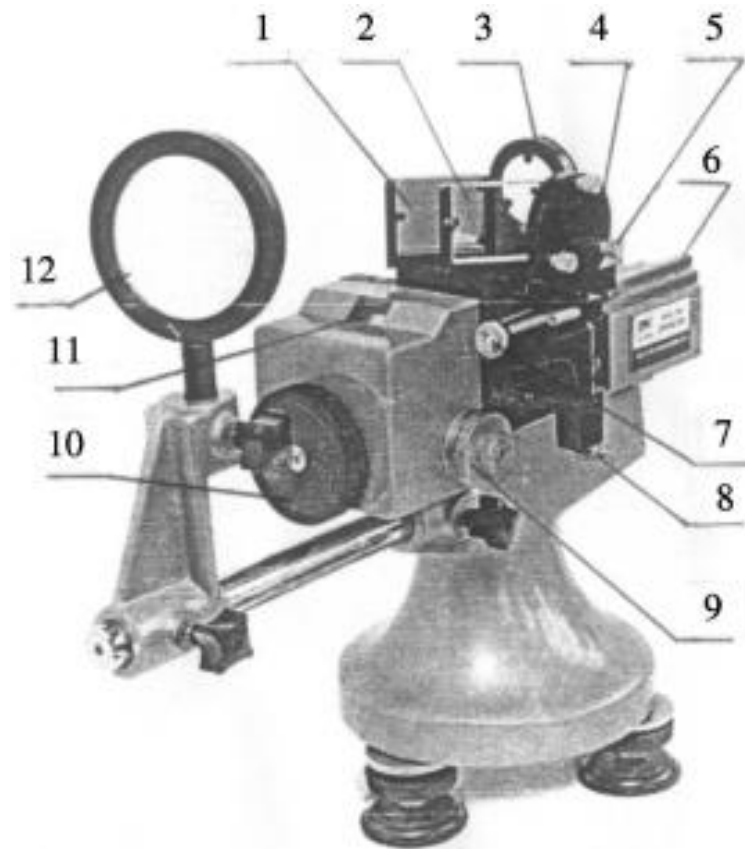
1907 Nobel Laureate
(发明干涉装置和光速的测量)

4.1 迈克尔孙干涉仪的结构



问题：G2的作用仅仅是补偿光程吗？如果是这样，可以去掉吗？

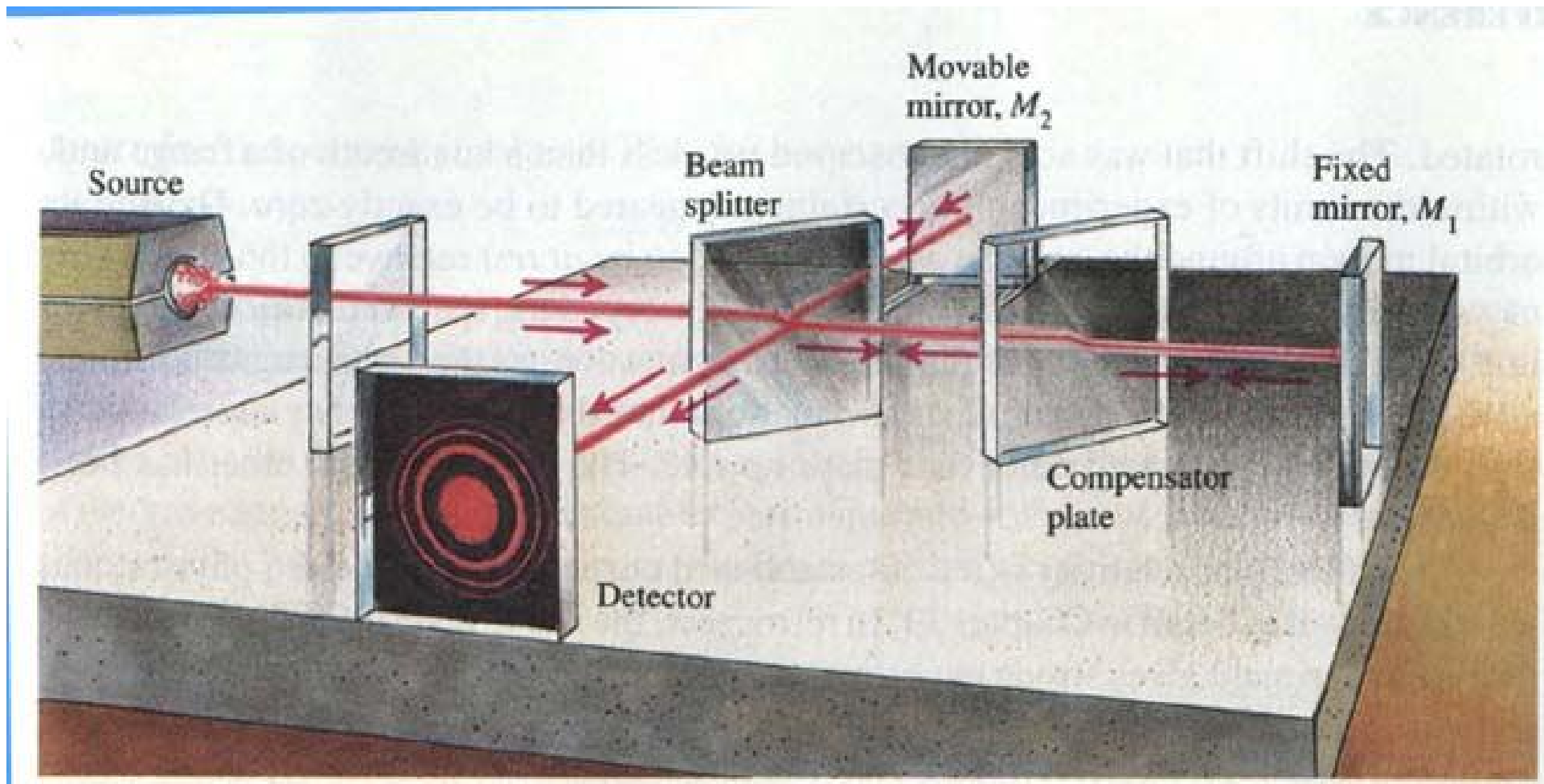
4.1 迈克尔孙干涉仪的结构



1—分束器G1；2—补偿板G2；3—可动反射镜M1；4—固定反射镜M2；5—反射镜调节螺丝；6—导轨；7—水平拉簧螺丝；8—垂直拉簧螺丝；9—微调手轮；10—粗调手轮；11—读数窗口；12—光屏

4.1 迈克尔孙干涉仪的结构

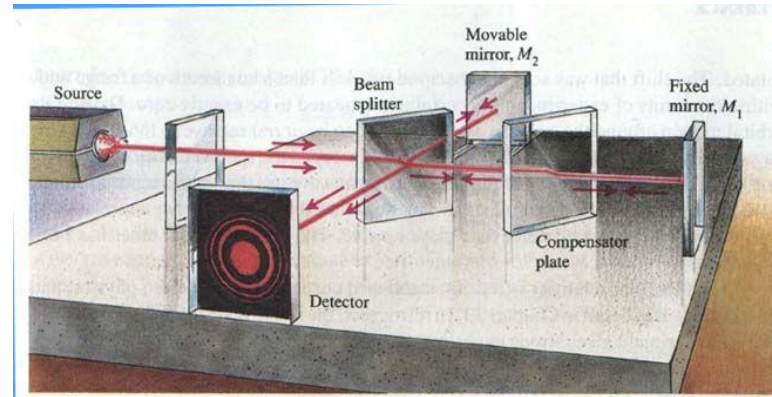
Michelson干涉仪装置示意图



4.1 迈克尔孙干涉仪的结构

补偿板的作用

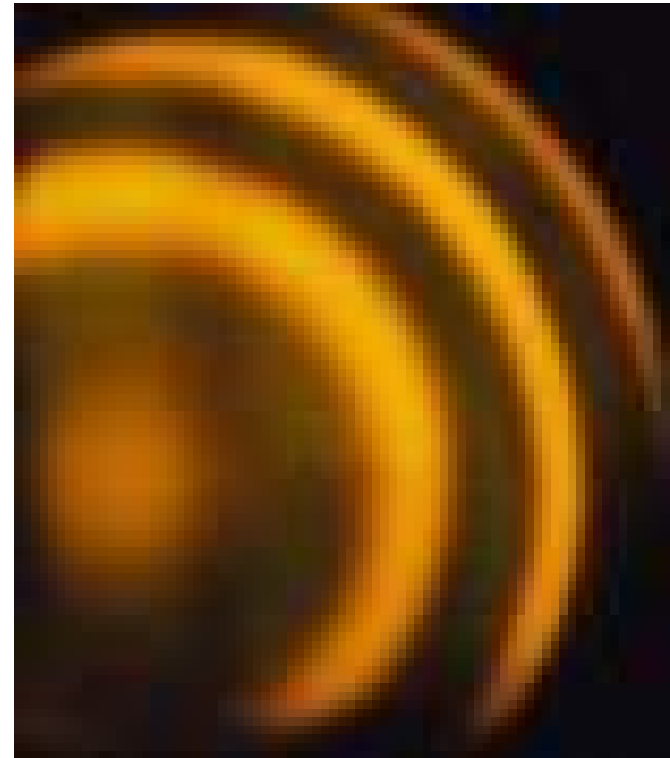
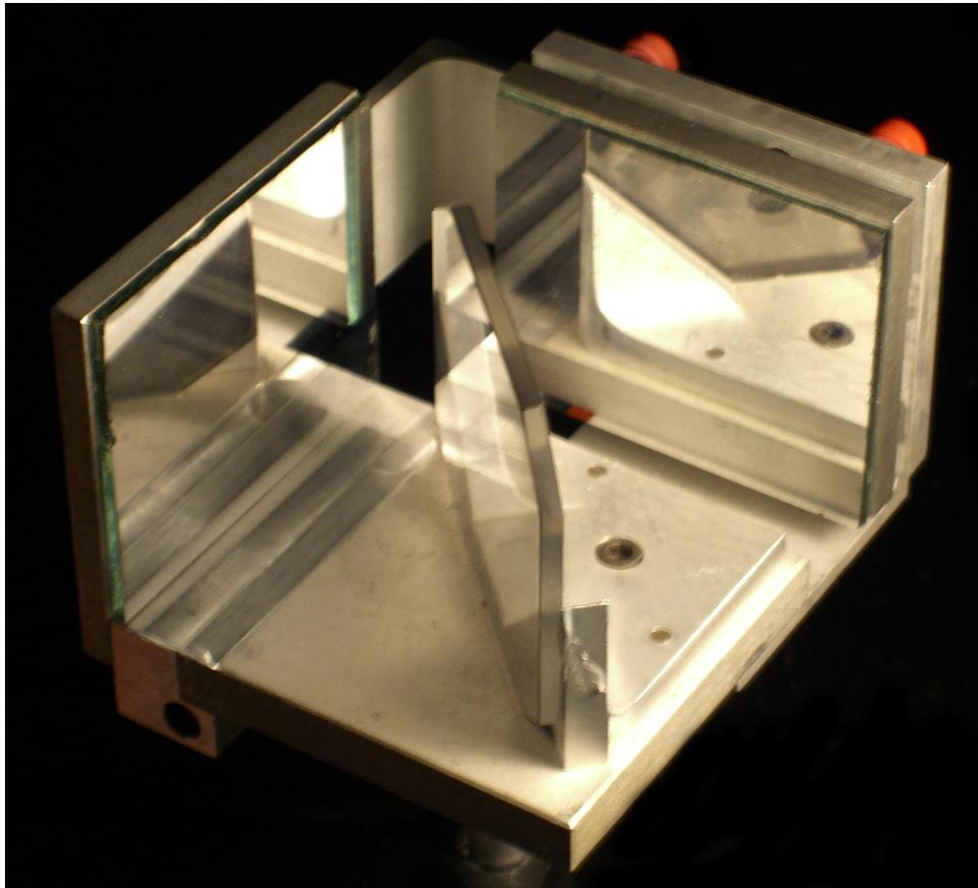
$$2h \cos i = (2j + 1) \frac{\lambda}{2}$$



- 分光板两侧，反射的情形相对应，此处的两列波之间有半波损失
- 两路光程相等时，干涉相消，对应暗纹
- 等厚干涉，在等光程条件下：单色光，等间隔条纹；白光，只有0级全暗，其他级次有色散
- 据此确定两臂等间距

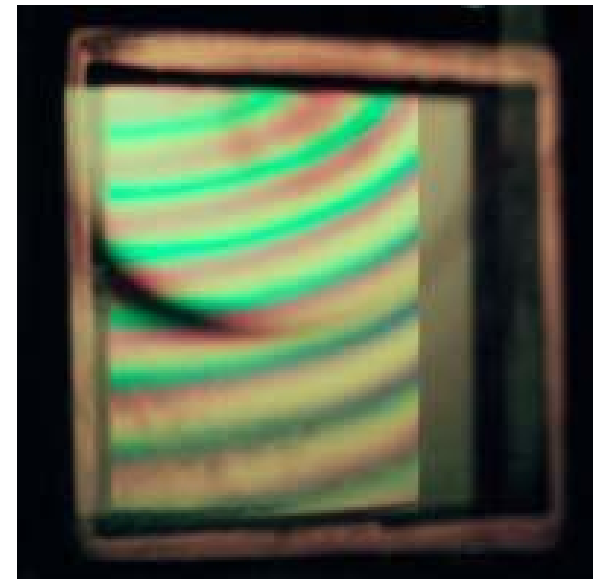
4.2 干涉条纹

Na灯的干涉条纹



4.2 干涉条纹

白光的干涉条纹



4.2 干涉条纹

单色光照明

i) 等倾条纹：

$$\Delta i_2 = \frac{-\lambda}{2n_2 h \sin i_2}$$

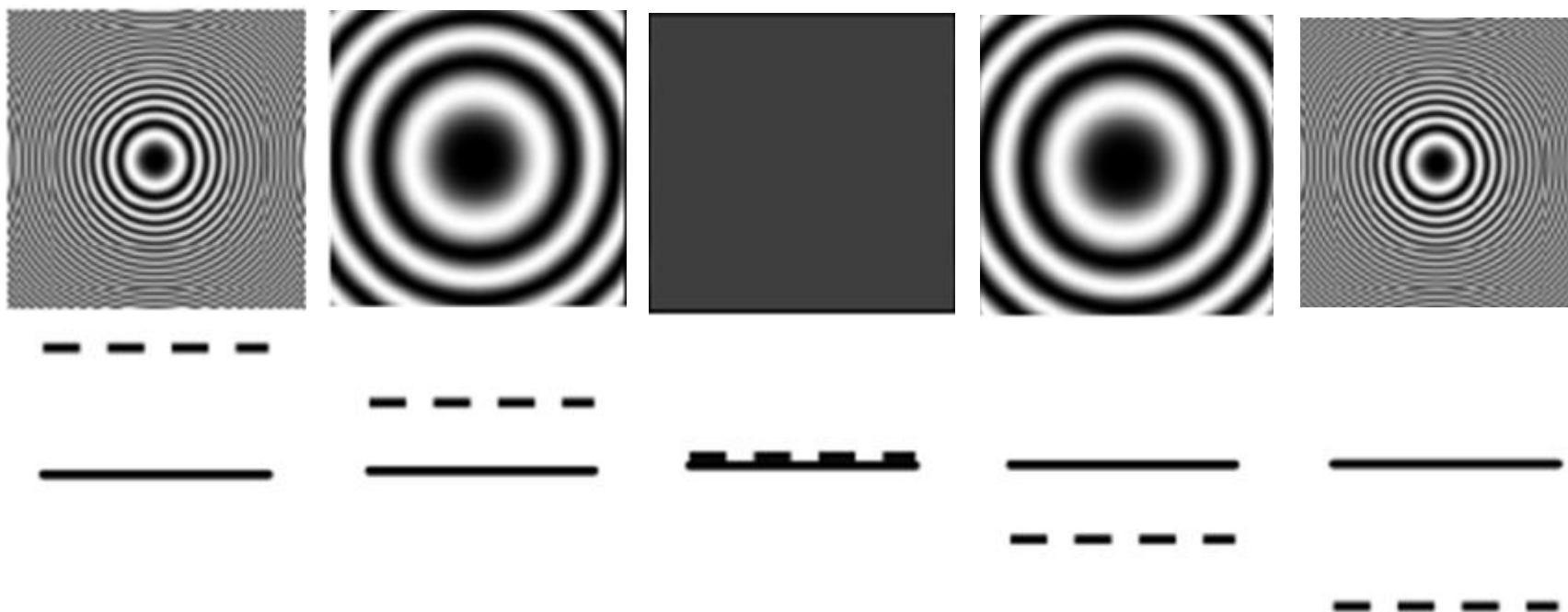
较远：密而弱，中心斑点较小

较近：疏而强，中心斑点较大

重合：中心斑点扩大到整个视场

条纹不断缩进中心

条纹不断由中心生出



4.2 干涉条纹

单色光照明

i) 等厚条纹：

较远：几乎看不到条纹

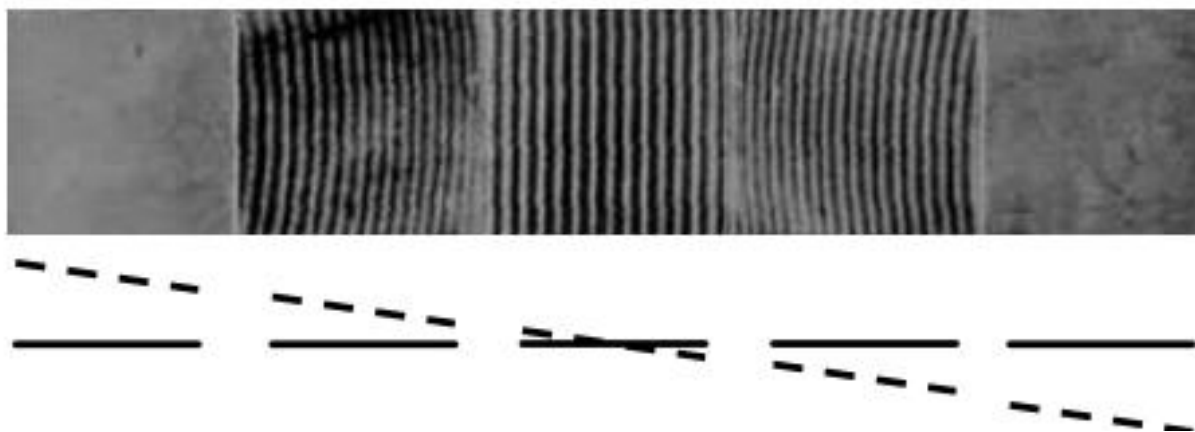
较近：弯曲的条纹

相交：直的条纹

$$\Delta L = 2n_2 h \cos i_2 \quad \frac{dh}{di} = h \tan i$$

↓ 朝曲率小的方向移动，反衬度不断变大

↑ 朝曲率大的方向移动，反衬度不断降低



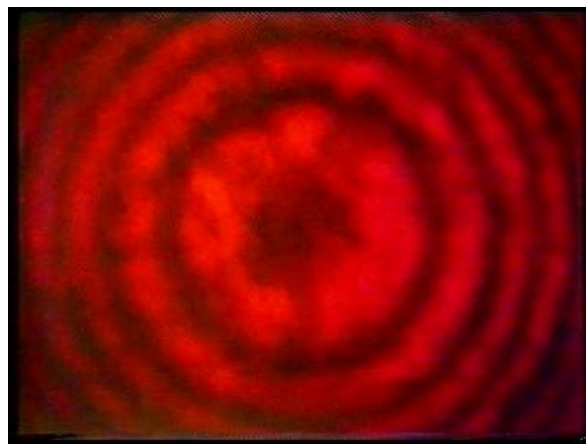
白光照明：（用于判断两臂是否等光程）

重合：0级暗纹不色散，旁边为对称排列的明暗不同的彩色条纹，此时两臂无光程差。（补偿板的必要性）

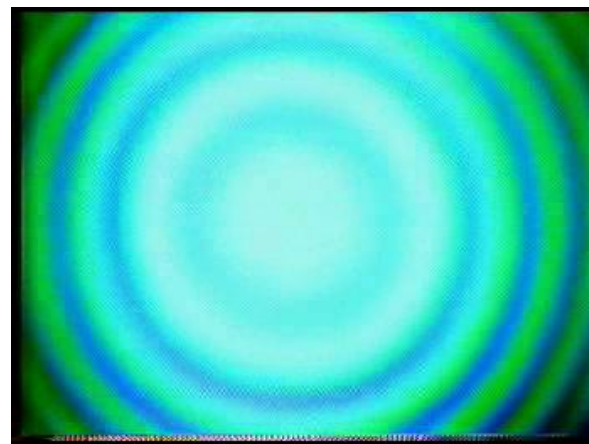
4.2 干涉条纹

干涉图样

等倾干涉图样

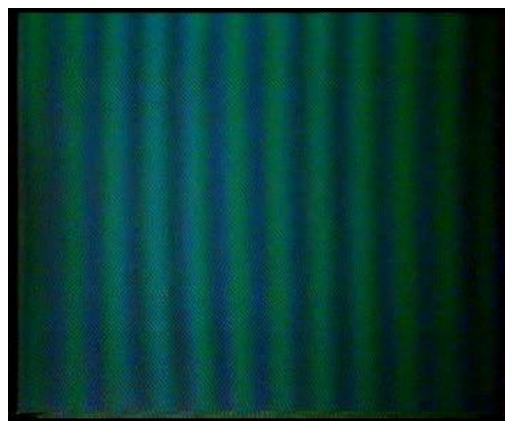


He-Ne激光光源



汞灯光源

等厚干涉图样



4.3 光源非单色性对干涉条纹的影响

i) 双线结构：

例，钠黄光的谱线： $\lambda = 5890\text{\AA}$ 和 $\lambda = 5896\text{\AA}$

$$\begin{cases} I_1(\Delta L) = I_0 [1 + \cos(k_1 \Delta L)] \\ I_2(\Delta L) = I_0 [1 + \cos(k_2 \Delta L)] \end{cases}$$

$$I(\Delta L) = I_1(\Delta L) + I_2(\Delta L) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{\Delta k \Delta L}{2}\right) \cos(\bar{k} \Delta L) \right]$$

$$\text{其中 } \bar{k} = \frac{k_1 + k_2}{2} \quad \Delta k = k_1 - k_2 \ll \bar{k}$$

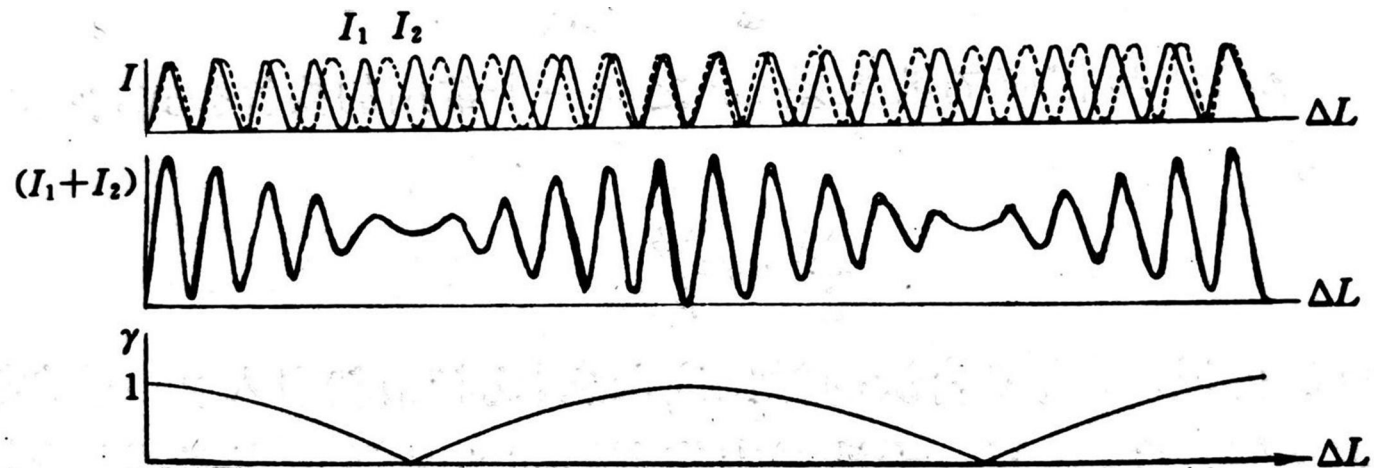
$$I(\Delta L)_{\max} = I_0 \left(1 + \left| \cos\left(\frac{\Delta k \Delta L}{2}\right) \right| \right) \quad I(\Delta L)_{\min} = I_0 \left(1 - \left| \cos\left(\frac{\Delta k \Delta L}{2}\right) \right| \right)$$

$$\gamma(\Delta L) = \left| \cos\left(\frac{\Delta k \Delta L}{2}\right) \right| \quad \text{周期 } \frac{2\pi}{\Delta k}$$

条纹的反衬度随光程差作周期振动！

4.3 光源非单色性对干涉条纹的影响

i) 双线结构：



条纹可见度的空间周期为： $\Delta L = \frac{2\pi}{\Delta k}$

$$\frac{\Delta k}{2\pi} = \frac{k_1 - k_2}{2\pi} = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1\lambda_2} \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \Rightarrow \frac{2\pi}{\Delta k} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

对应的条纹数为： $N = \frac{\Delta L}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$

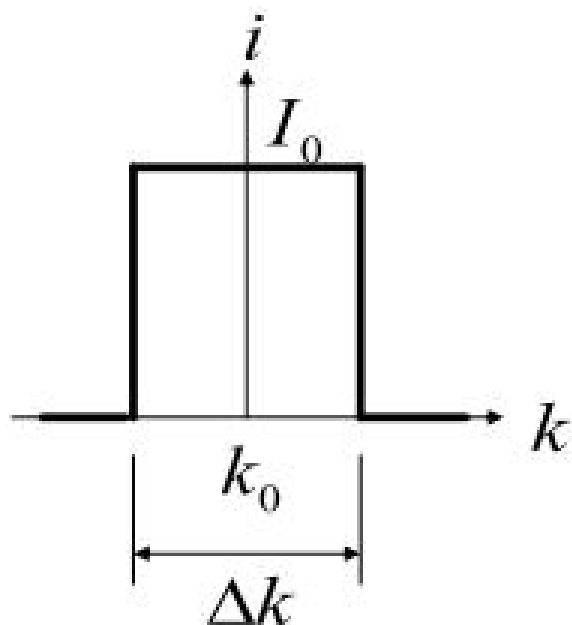
空间频率为： $\nu = \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$

互为倒数

4.3 光源非单色性对干涉条纹的影响

ii) 单色线宽：

$i(k)$ 在 $k = k_0 \pm \Delta k / 2$ 范围内矩形分布



$$I(\Delta L) = I_0 \left[1 + \frac{1}{\Delta k} \int_{k_0 - \Delta k/2}^{k_0 + \Delta k/2} \cos(k\Delta L) dk \right]$$
$$= I_0 \left[1 + \frac{\sin \frac{\Delta k \Delta L}{2}}{\frac{\Delta k \Delta L}{2}} \cos(k_0 \Delta L) \right]$$

$$\gamma = \left| \frac{\sin(\Delta k \Delta L / 2)}{\Delta k \Delta L / 2} \right|$$

不同波长
光强的非
相干叠加

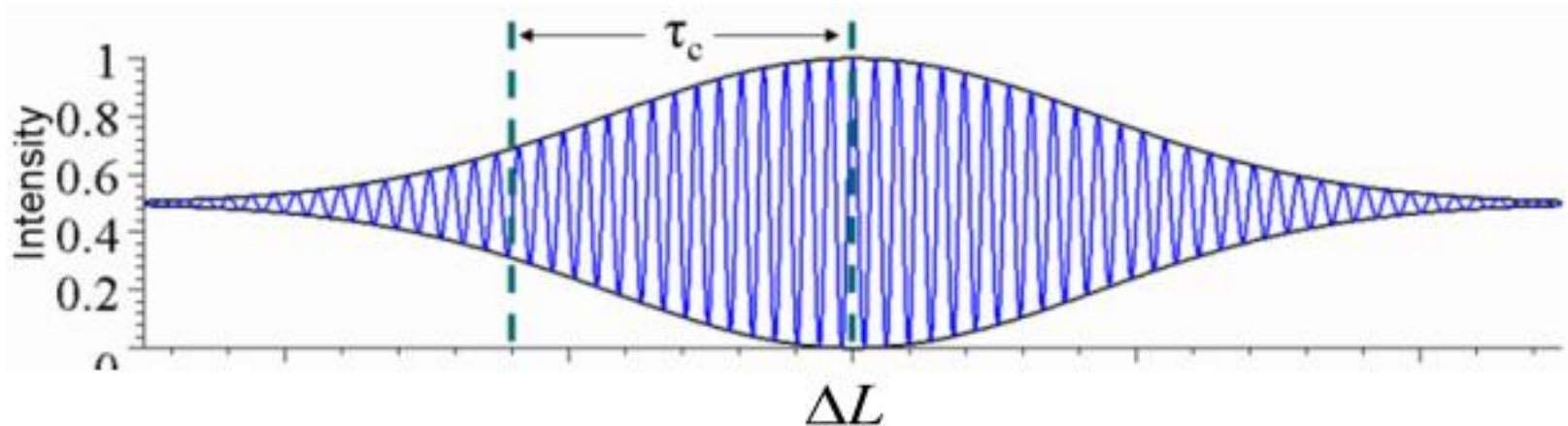
单一波长
的光强

4.3 光源非单色性对干涉条纹的影响

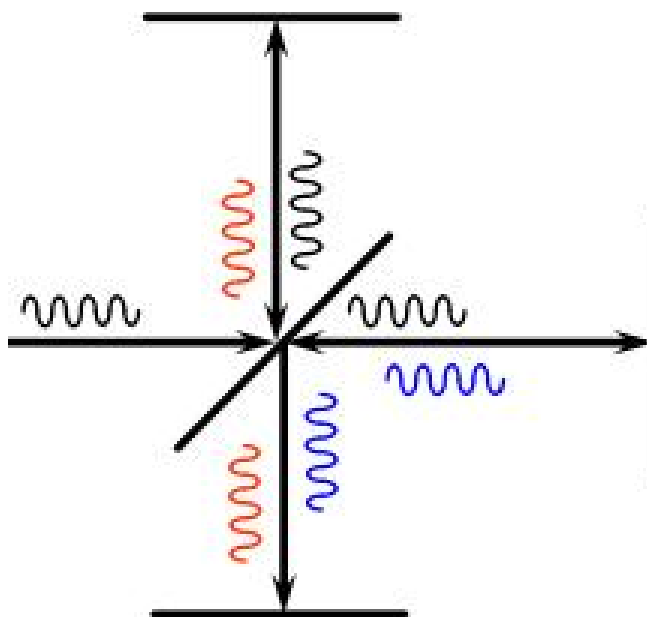
将反衬度第一次降为0时的光程差

$$\Delta L_M = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

定义为最大允许光程差。



4.4 光场的时间相干性



单色平面波为： $\tilde{U}(x) = \tilde{A}e^{-ikx}$

线宽为 Δk 的平面波为：

$$\tilde{U}(x) = \frac{\tilde{A}}{\Delta k} \int_{k_0 - \Delta k/2}^{k_0 + \Delta k/2} e^{-ikx} dk = \tilde{A} \frac{\sin(\Delta kx / 2)}{\Delta kx / 2} e^{-ik_0 x}$$

非单色波不是定态光波，所以其在空间是一有限长的波列。因此，不是在所有的地方，两列光波都能够相遇。

4.4 光场的时间相干性

振幅不是常数，分布为：

$$\left| \tilde{A} \frac{\sin(\Delta k x / 2)}{\Delta k x / 2} \right|$$

随 x 的增大，振幅减小，在 $|x| = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$ 时振幅降为0，被认为

是波列的终点，故波列长度定义为： $L_0 = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$

两列波到达某一点的光程差大于波列长度时，它们是不能相遇的，因而不可能进行叠加。

相应的传播时间定义为相干时间： $\tau_0 = \frac{L_0}{c}$

$$v = c/\lambda \Rightarrow \Delta v = -c\Delta\lambda/\lambda^2 \Rightarrow \Delta v/v \approx \Delta\lambda/\lambda \Rightarrow L_0 = c/\Delta v \Rightarrow \tau_0 = \frac{L_0}{c} \approx \frac{1}{\Delta v}$$

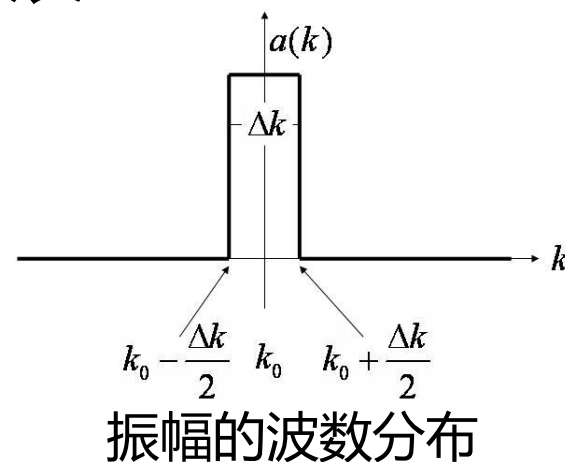
也是波包扫过自身长度所需的时间。也是描述非单色波的基本物理量，等效于相干长度。

$$\tau_0 \Delta v \approx 1 \quad \text{时间相干性的反比公式。}$$

4.4 光场的时间相干性

相干长度的物理意义

- 单色波是定态光波场，波列在空间无限长
- 非单色波场不是定态光波场。
- 不同波长的光波要进行叠加。
- 这种叠加不是相干叠加。
- 叠加的结果形成波包
- 波包的空间长度是有限的



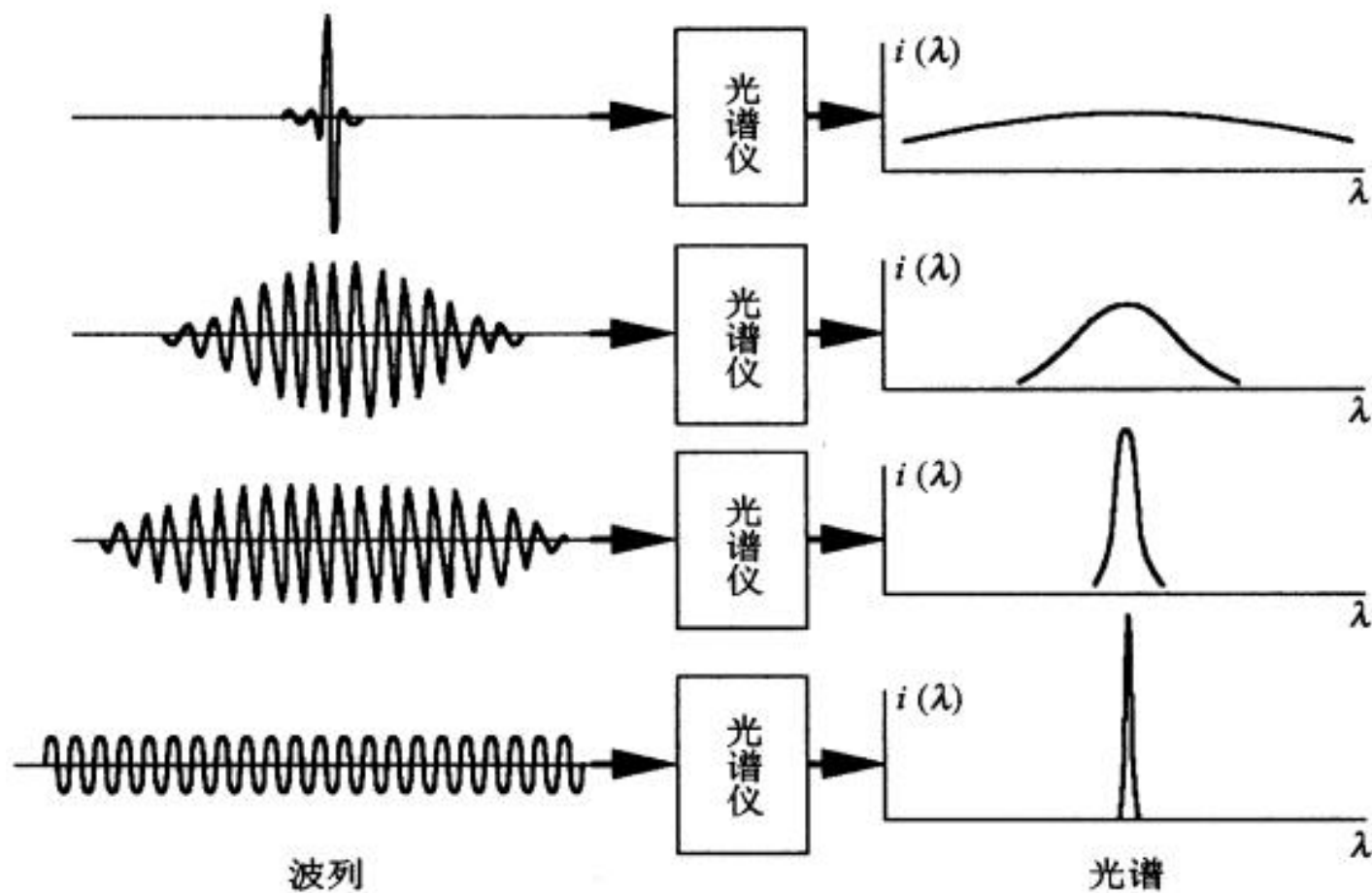
波包的有效长度

$$L_0 = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad \text{—— 相干长度}$$



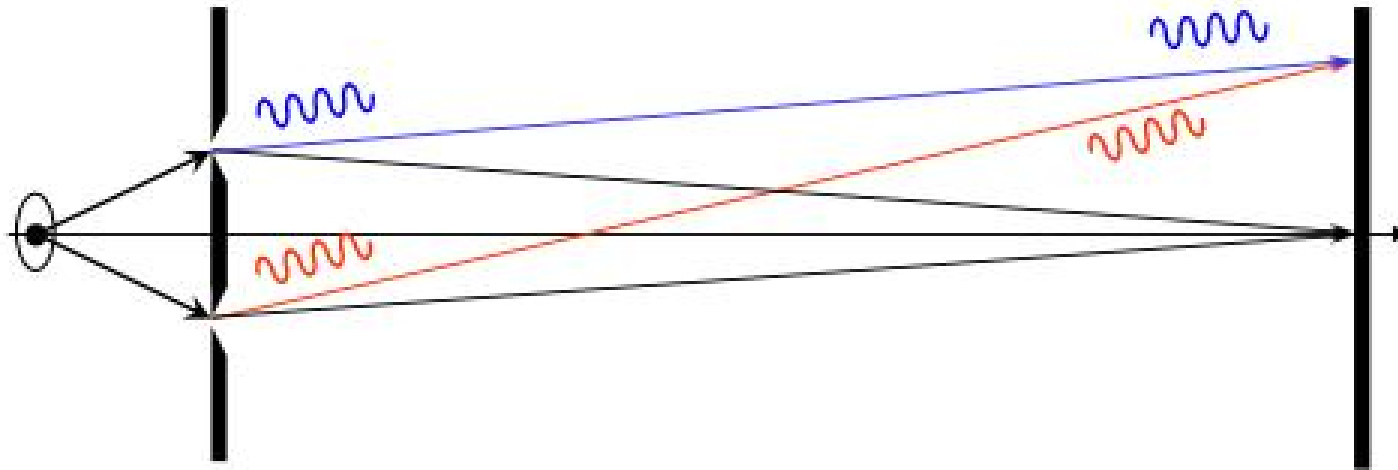
4.4 光场的时间相干性

相干长度（或相干时间）和单色性的关系



4.5 光场相干性小结

i) 从本质上看：空间相干性来源于扩展光源不同部分发光的独立性；时间相干性来源于光源发光过程在时间上的断续性。从后果上看：空间相干性主要表现在波场的横向（波前）上，集中体现在分波前干涉装置中；时间相干性则主要表现在波场的纵向（波线）上，集中体现在分振幅干涉装置中。

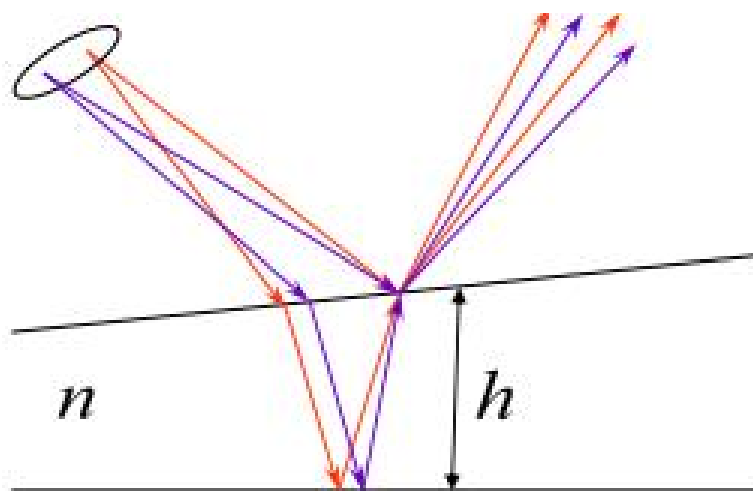


4.5 光场相干性小结

ii) 空间相干性： $\Delta\theta b \approx \lambda$

时间相干性： $\tau\Delta\nu \approx 1$

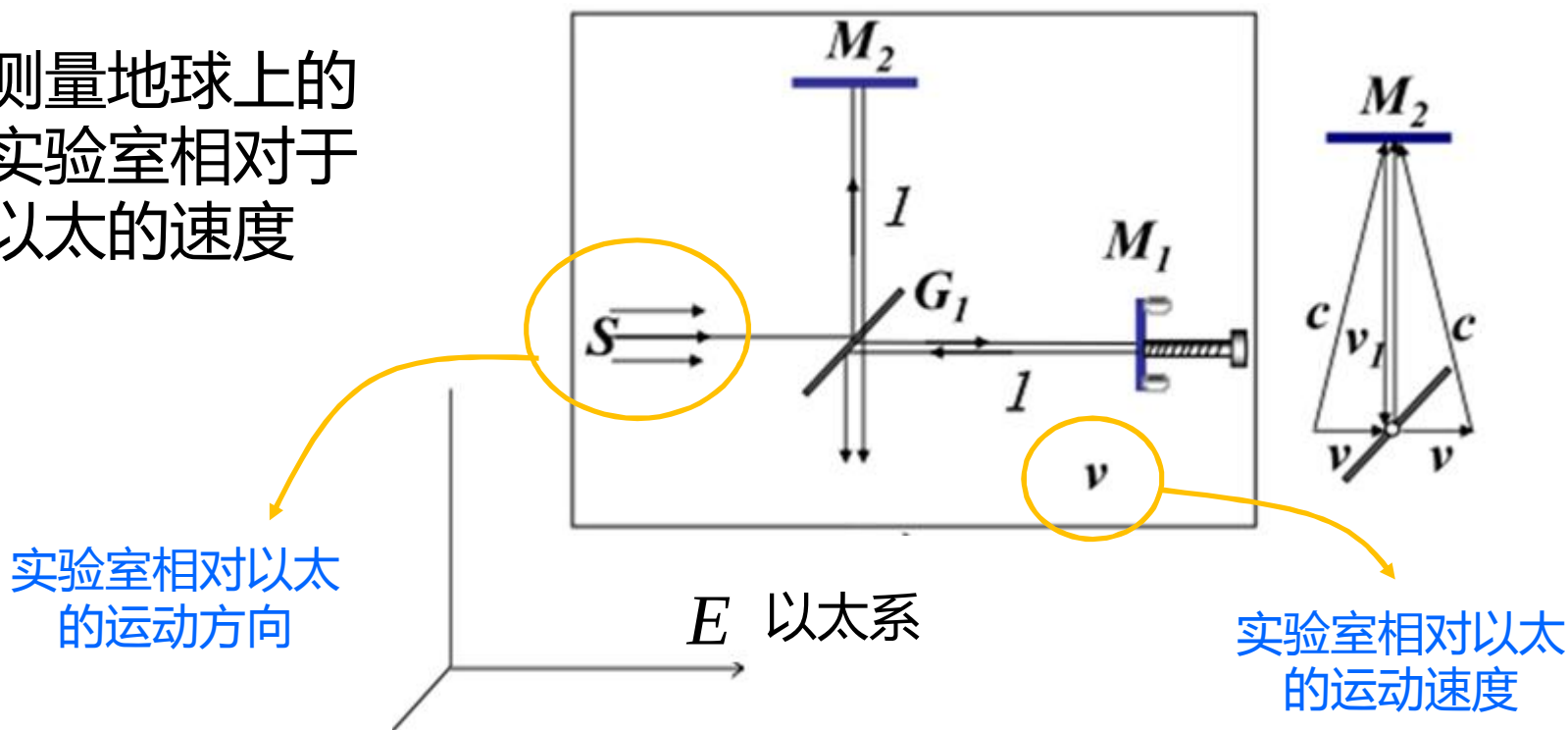
iii) 相干区域和相干时间都不是一个绝对的界限，实际上相干区域和相干时间内也有非相干的成分，而相干区域和相干时间之外，也有相干的成分，只是主导地位的不同，部分相干是最为普遍的，而反衬度则是相干程度的一种度量。



4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

“以太” 探测：迈克尔孙—莫雷实验

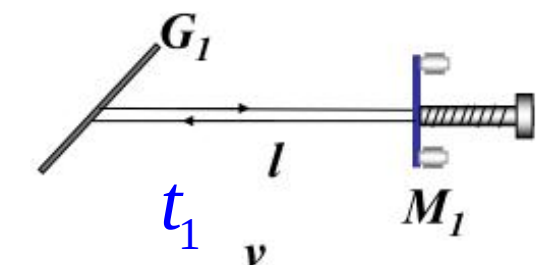
测量地球上的
实验室相对于
以太的速度



设实验室相对以太的速度为 v ，在以太系中看，光在真空中沿各个方向的速度都为 c ，根据经典力学的伽利略变换，在实验室系中，光在真空中的速度不再等于 c ，而是各向异性。

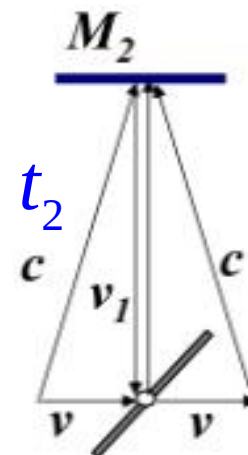
4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

“以太” 探测：迈克尔孙—莫雷实验



光在干涉仪一臂
的往返时间

光在干涉仪另一
臂的往返时间



$$t_1 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \approx \frac{2l}{c} \cdot \left(1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)$$

$$t_2 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \approx \frac{2l}{c} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)$$

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

“以太” 探测：迈克尔孙—莫雷实验

$$\Delta L_0 = c\Delta t = c(t_1 - t_2) = l\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

将干涉仪沿垂直轴旋转 90° ，时间差或光程差改变了正负号，在旋转过程中，相对于观察点光程差有一个改变量：

$$\delta(\Delta L) = 2\Delta L_0 \approx 2l\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

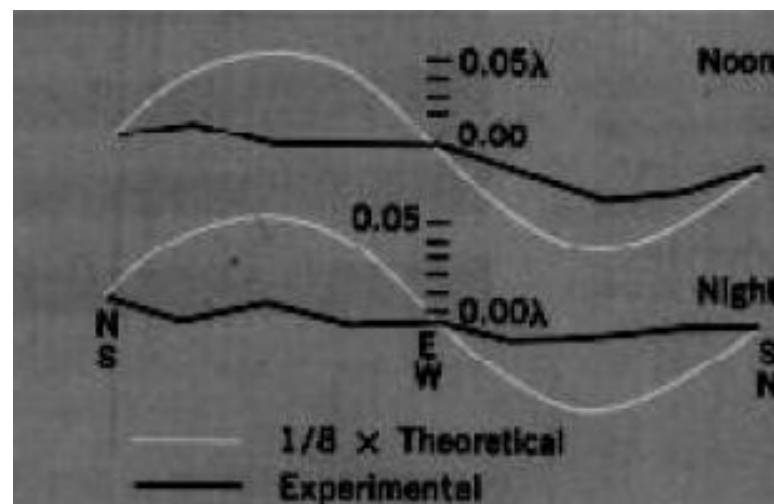
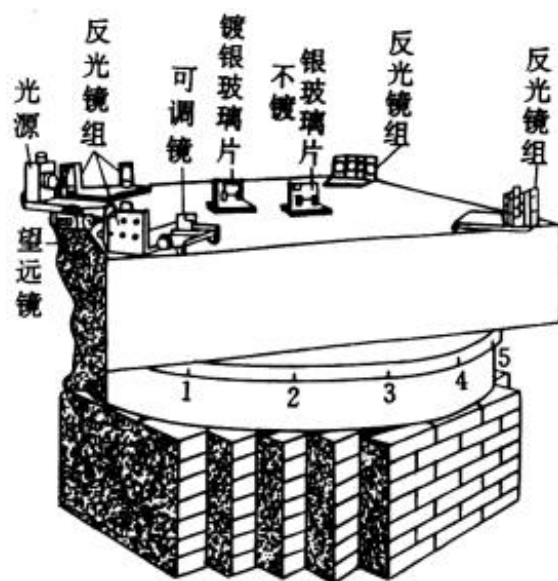
在旋转中应该观察到干涉条纹的移动。

移动条纹的数目是：

$$N = \frac{\delta(\Delta L)}{\lambda} \approx \frac{2l}{\lambda}\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

“以太”探测：迈克尔孙—莫雷实验



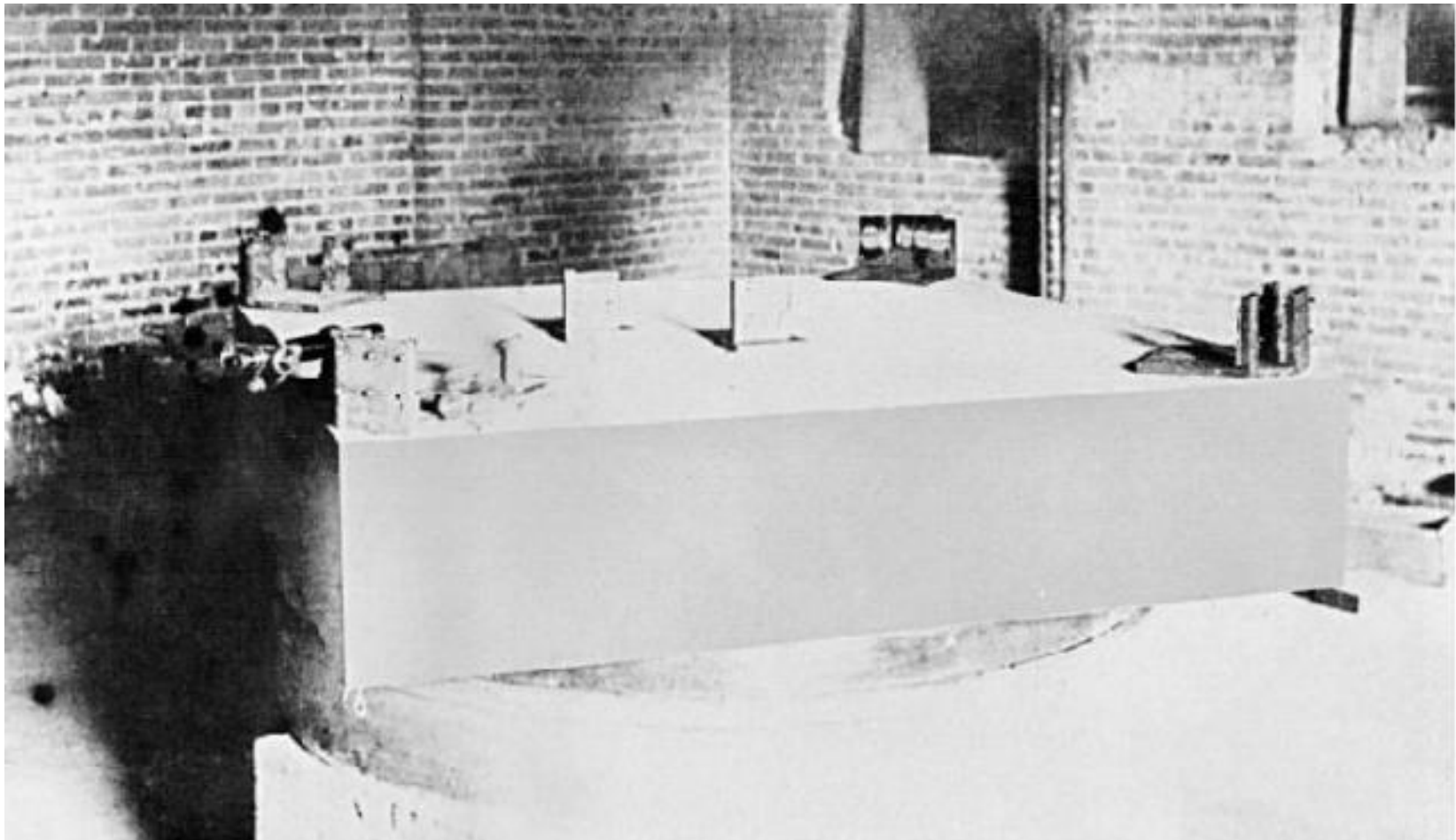
实验结果和理论计算值

光源为钠黄光， $\lambda=590\text{nm}$ ，地球公转和自转的速度估计为 $v=30\text{km/s}$ ，臂长 $l=11\text{m}$ ，可以推算条纹移动 $\Delta N=0.4$ 。但是没有观察到条纹移动。

该结果最终导致人们摒弃伽利略变换，寻求与相对性原理和麦克斯韦电磁理论统一的新时空观，产生了狭义相对论。

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

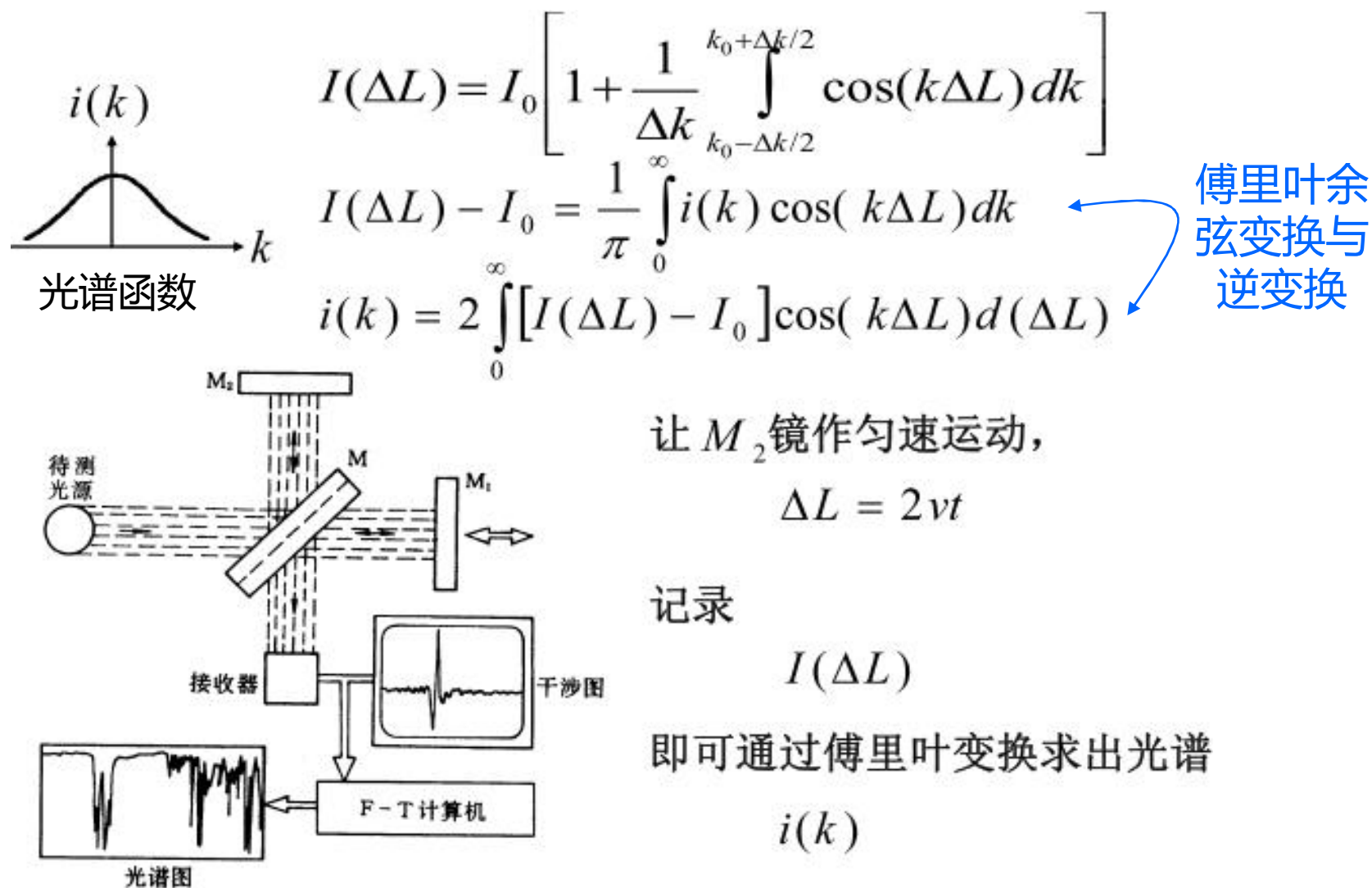
“以太”探测：迈克尔孙—莫雷实验



迈克尔孙-莫雷实验装置的实物照片

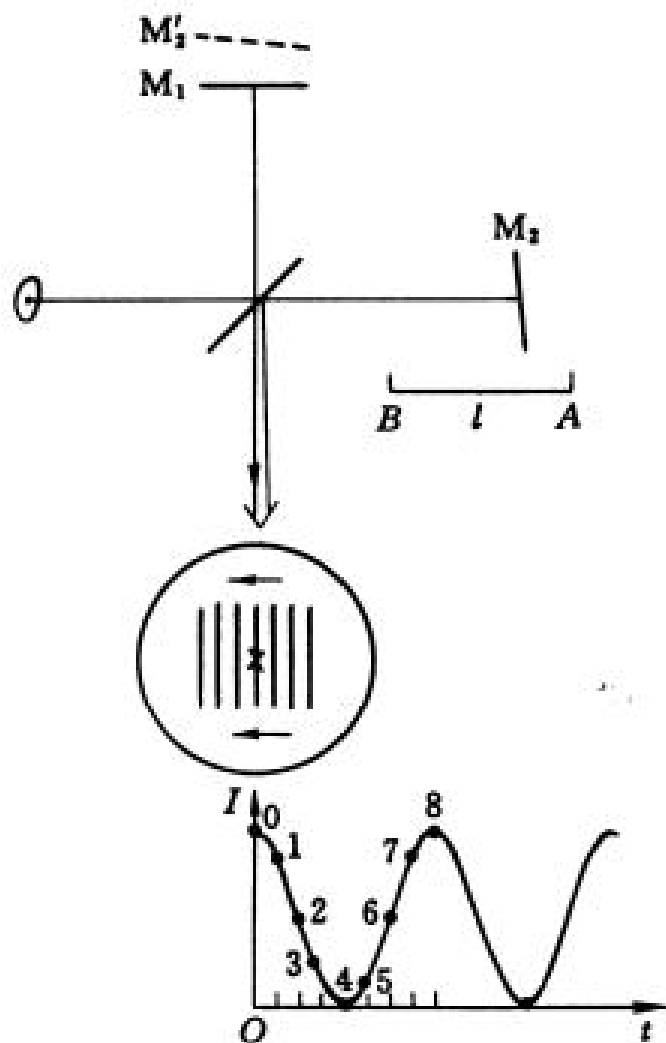
4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

傅里叶变换光谱仪 (FST)



4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

精密测距，长度基准



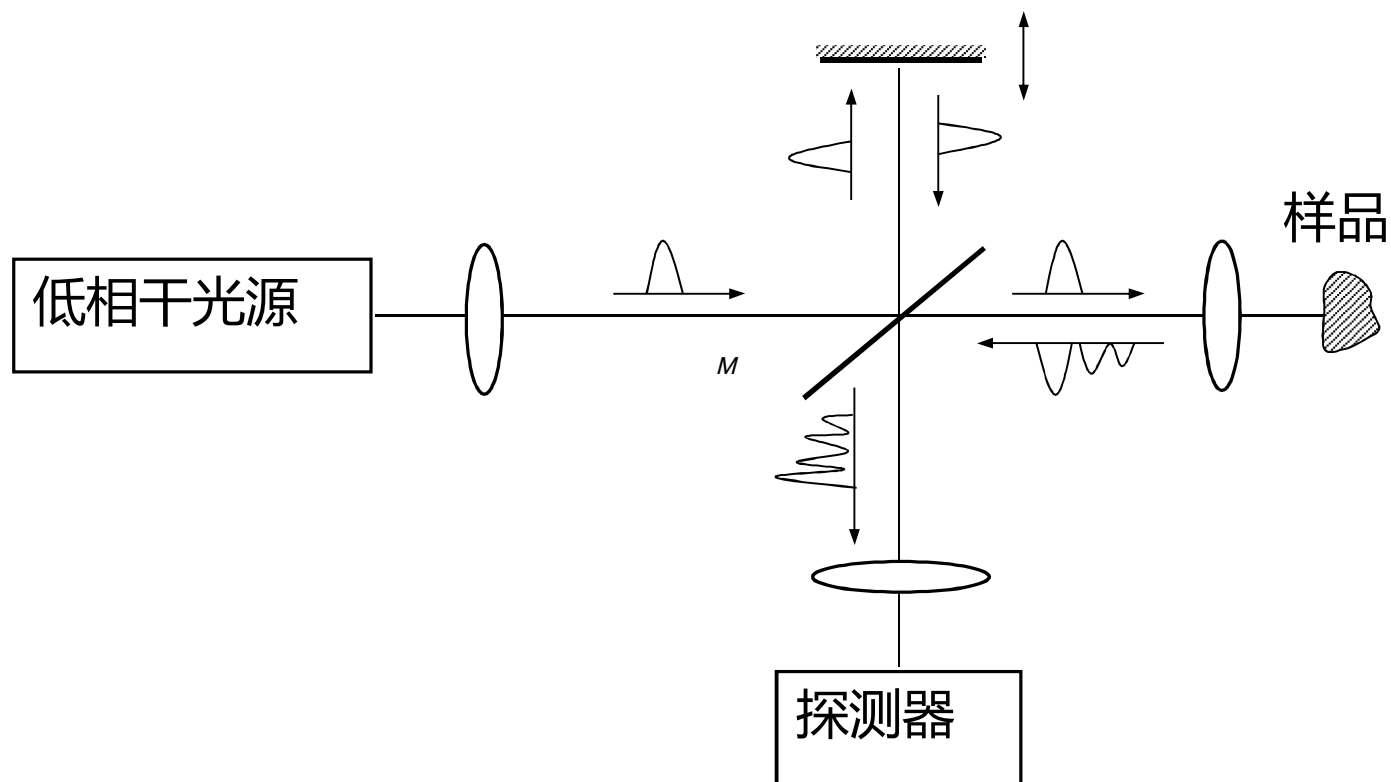
实物基准：1889年第一届国际计量大会，铂铱米尺，称为米原尺。

自然基准：1960年第十一届国际计量大会，“1米的长度等于Kr 86原子的 $2p^{10}$ 和 $5d^5$ 能级之间跃迁的辐射光，在真空中波长的1650763.73倍”。

自然基准：光速的定义，1983年第17届国际计量大会，“米是光在真空中 $(1/299792458)s$ 时间间隔内所传播路径的长度”。

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

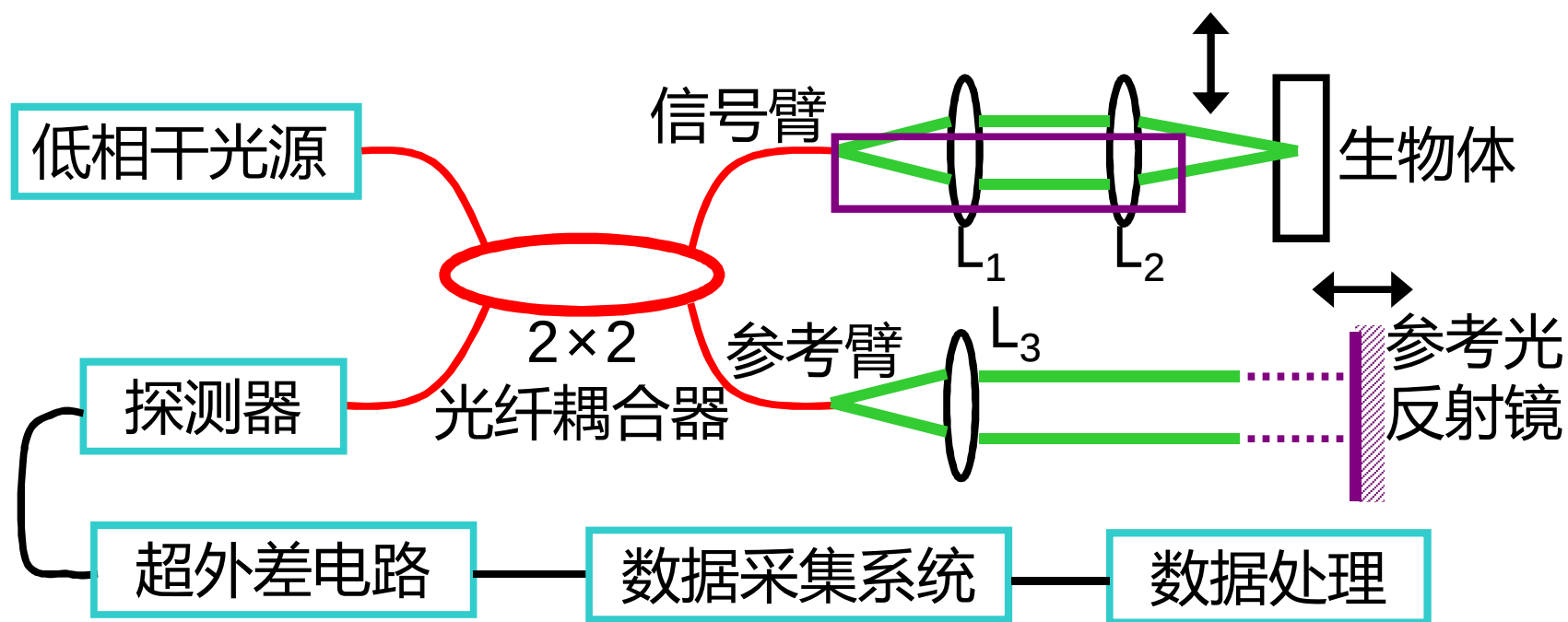
光学相干层析术 (optical coherence tomography - OCT)



OCT原理图

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

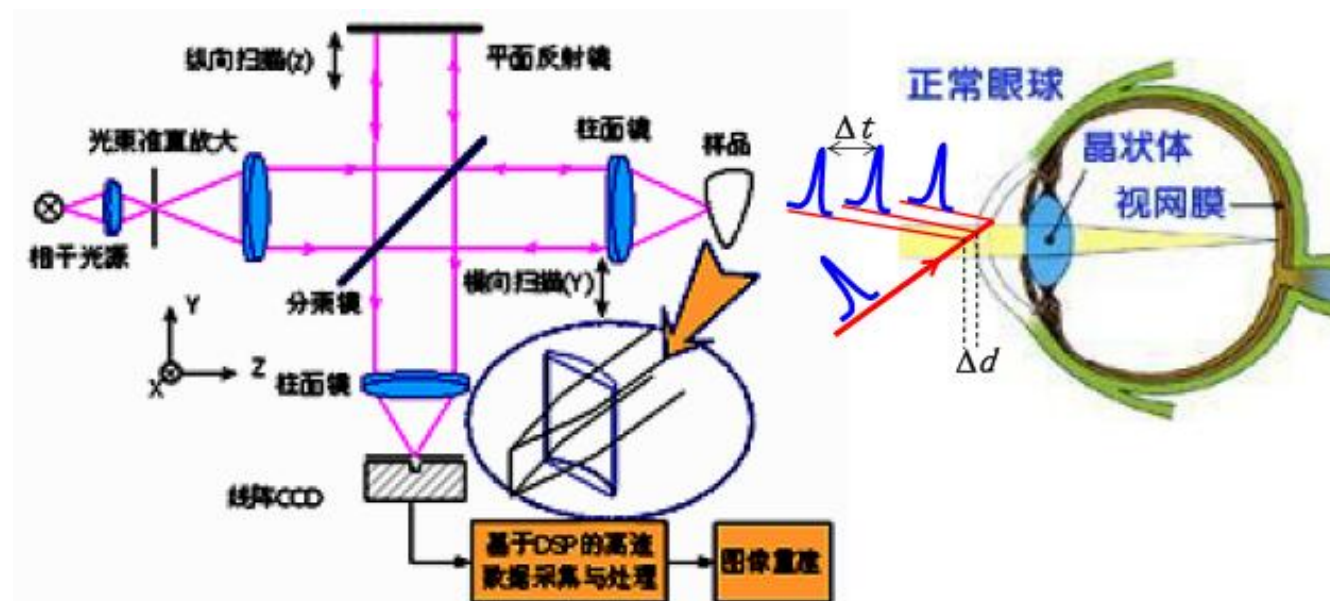
光学相干层析术 (OCT)



OCT系统结构图

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

光学相干层析术 (OCT)



当参考光脉冲和信号光脉冲序列中的某一个脉冲同时到达探测器表面时，就会产生光学干涉现象。这种情形，只有当参考光与信号光的这个脉冲经过相等光程时才会产生。

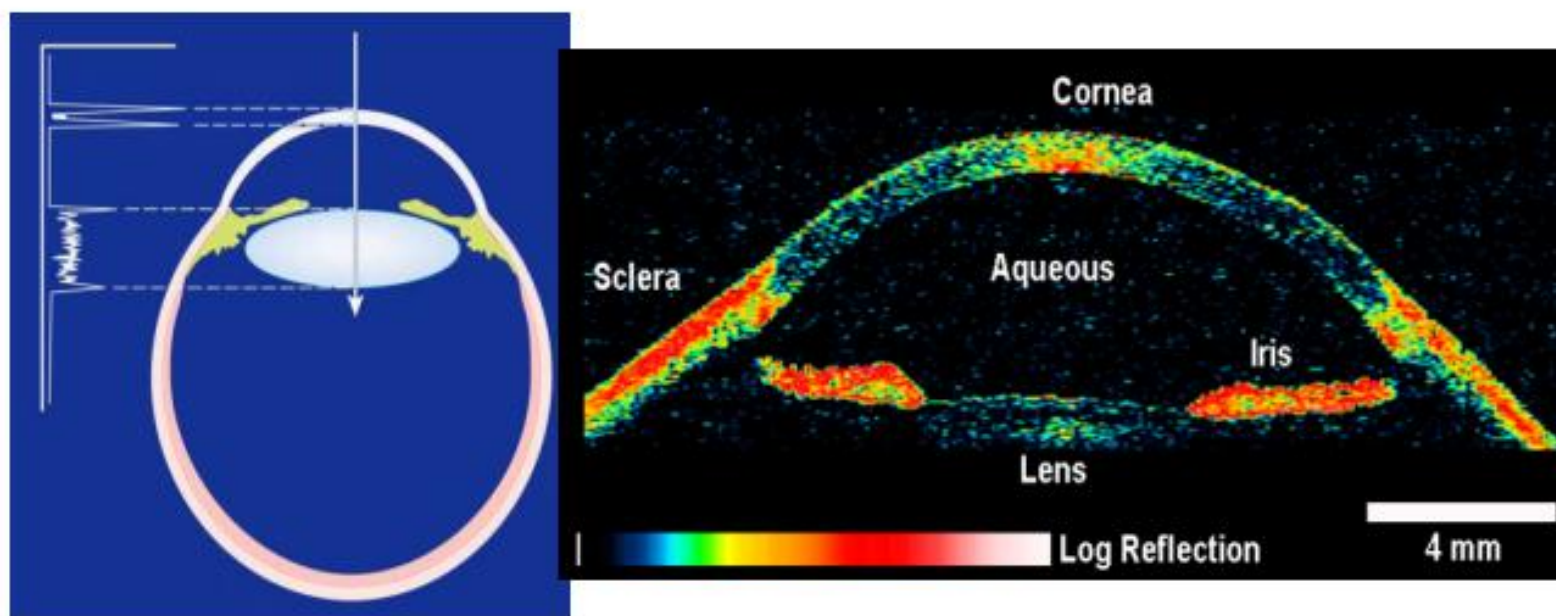
4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

光学相干层析术 (OCT)

$$\Delta t = \frac{2\Delta d}{C} \rightarrow \Delta d = \frac{C \cdot \Delta t}{2}$$

如果脉冲激光的脉宽为 100 fs :

$$\text{纵向分辨: } \delta d = \frac{100 \text{ fs} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{2} \approx 15 \mu\text{m}$$



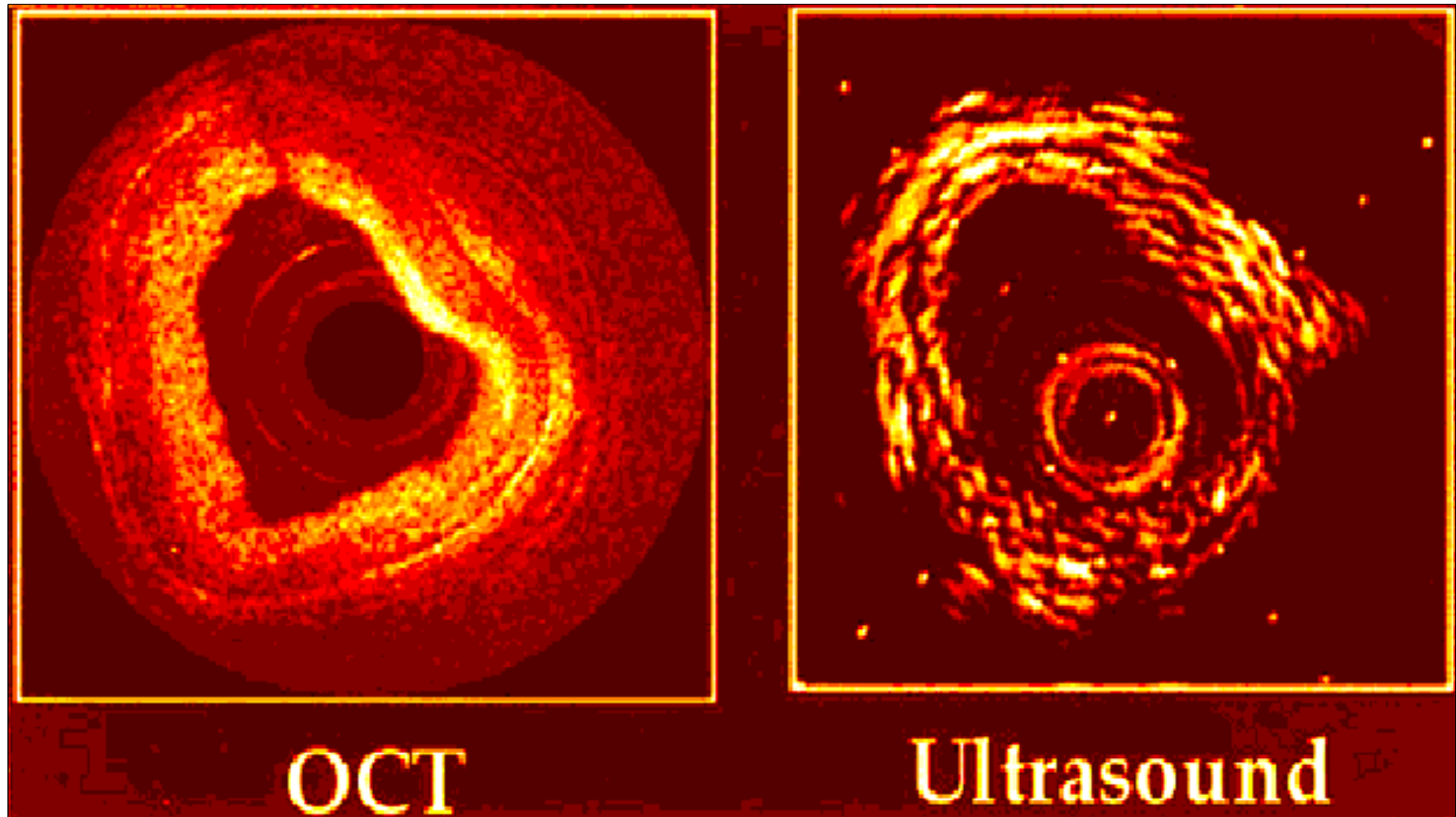
4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

光学相干层析术 (OCT)



4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

光学相干层析术 (OCT)



OCT与高频率超声成像结果对比

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

引力波的探测

统一场理论：

弱相互作用

→

介子

强相互作用

→

胶子

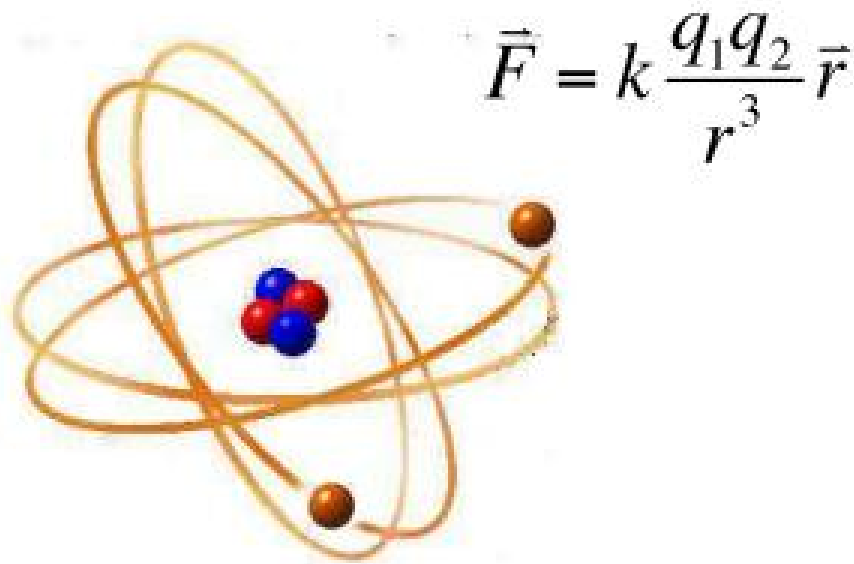
电磁相互作用

→

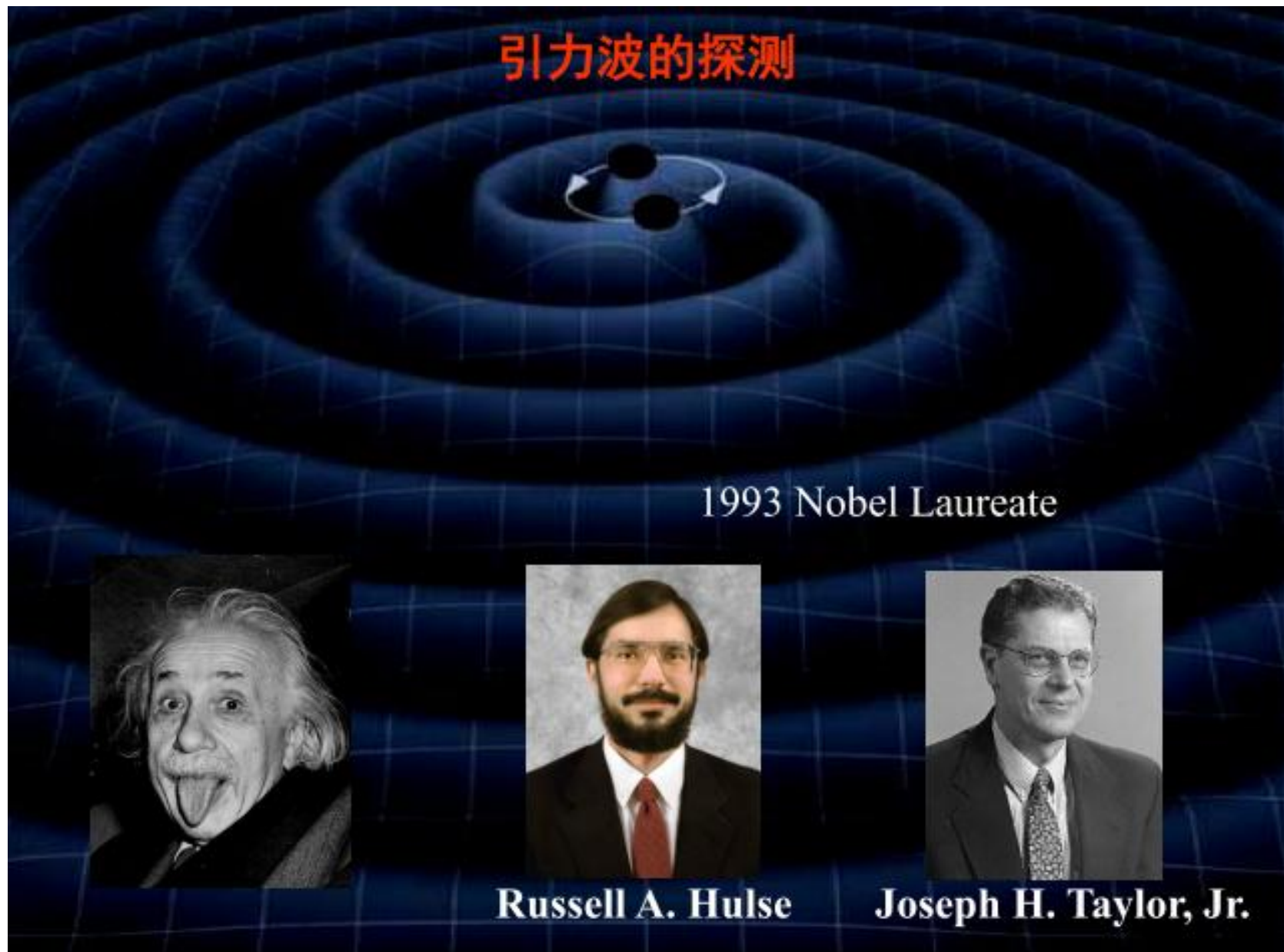
光子

引力相互作用

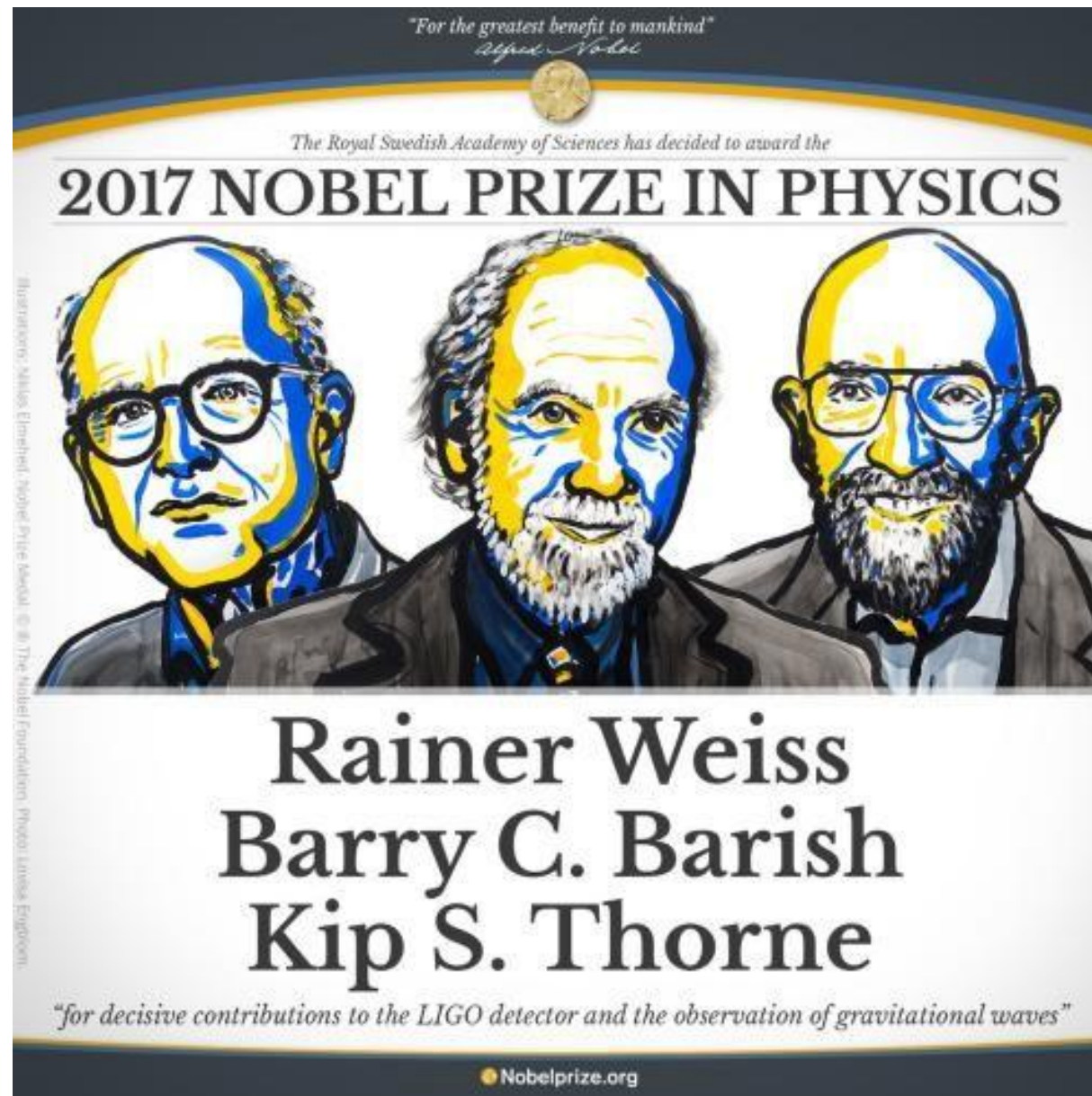
→ ?



4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

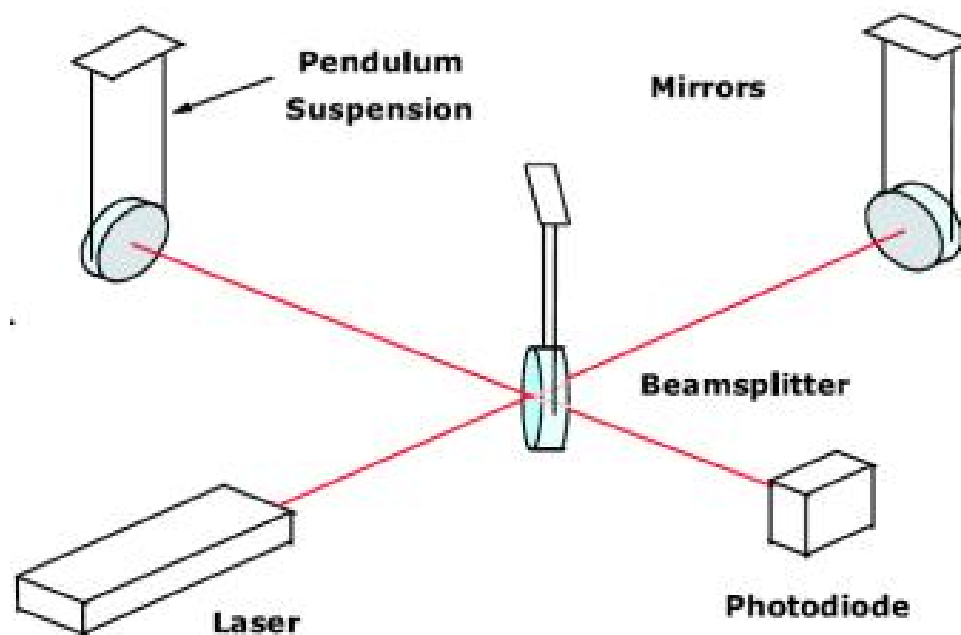


4.6 迈克尔孙干涉仪的应用



4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

引力波的探测



Ground-based (operational)	CLIO · LIGO · GEO 600 · Virgo · TAMA 300 · MiniGrail
Ground-based (proposed)	AIGO · LCGT · Einstein Telescope · INDIGO
Space-based (planned and proposed)	LISA · DECIGO · BBO

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

LIGO装置



Bird's eye view of the LIGO detector sites at Livingston (left) and Hanford (right).

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用

LIGO装置





Virgo is a Michelson based interferometer with 3 km long arms located near Pisa, Italy.

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用



The baseline length of TAMA is 300m and it is placed underground at the Mitaka campus of the National Astronomical Observatory of Japan (NAOJ) in the west suburb of Tokyo.

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用



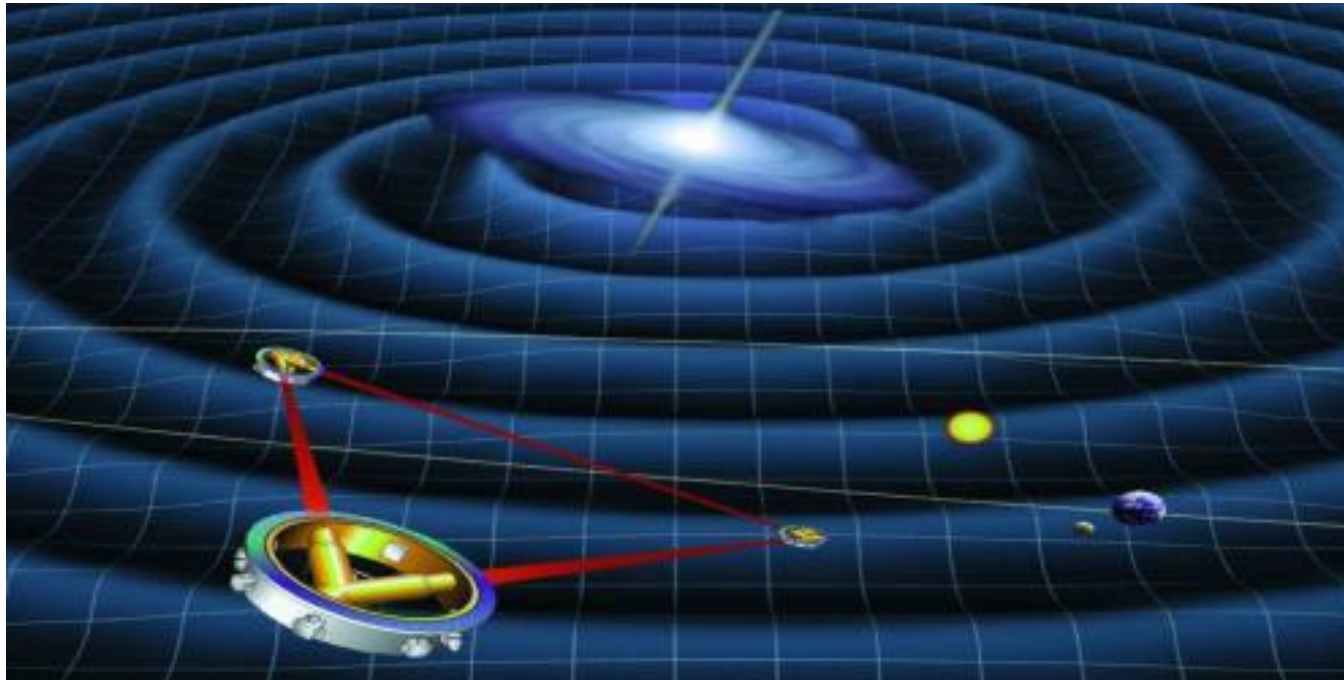
GEO600 is a German/UK interferometer of 600 m arm length situated near Hannover. Construction and installation of GEO600 concluded in 2002.

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用



CLIO (Cryogenic Laser Interferometer Observatory) is an optical interferometer with two perpendicular arms 1000 m long. Uniquely, the mirrors are cooled to 20 K. This reduces various thermal noise sources which trouble other gravity observatories. (Japan)

4.6 迈克尔孙干涉仪的应用



Laser Interferometer Space Antenna (LISA) will be the first dedicated space-based gravitational-wave detector; it will measure gravitational waves by using laser interferometry to monitor the fluctuations in the relative distances between three spacecraft, arranged in an equilateral triangle with 5-million-kilometer arms, and flying along an Earth-like heliocentric orbit. LISA was recommended in the 2010 U.S. National Research Council decadal report on astronomy and astrophysics as one of two large space missions to be implemented by NASA in the upcoming decade. The report recommends that LISA start in 2016, after a successful LISA Pathfinder flight and selection in the ESA Cosmic Vision program, which would then enable launch in 2025.

本节重点

1. 迈克尔孙干涉仪的结构和干涉条纹形状
2. 光场时间相干性的概念和计算

作业

p.329-330: 2, 4, 6, 7 (重排p241)

思考题：

1. 设想一下，Michelson干涉仪还有哪些可能的应用？
2. 引力波测量装置在光学上可能出现的难点和处理思路。